

## LE PLAN D'AFFAIRES : UN OUTIL POUR L'INVESTISSEUR ?

D. Francois<sup>(1)</sup>, A. Lendasse<sup>(1)</sup>, B. Gailly<sup>(2)</sup>, V. Wertz<sup>(1)</sup>, M. Verleysen<sup>(3)</sup>

{francois, lendasse, wertz}@auto.ucl.ac.be, gailly@poge.ucl.ac.be, verleysen@dice.ucl.ac.be

Université catholique de Louvain

<sup>(1)</sup>CESAME, av. G. Lemaître 4,

<sup>(2)</sup>Chaire Puilaetco 'Management and financing of technology innovation',  
place des Doyens, 1

<sup>(3)</sup>Laboratoire de Microélectronique, place du Levant, 3  
B-1348 Louvain-la-Neuve

*Lors de la création d'une entreprise nécessitant l'intervention d'investisseurs extérieurs, les entrepreneurs sont souvent amenés à rédiger un « plan d'affaires », décrivant l'opportunité qu'ils veulent saisir et les moyens à mettre en œuvre. Néanmoins, il n'existe pas de consensus clair concernant la réelle pertinence des plans d'affaires pour les investisseurs potentiels, et ceux-ci en font souvent un usage limité. L'objectif de cette recherche est de contribuer à valider empiriquement la pertinence des plans d'affaires pour les investisseurs, en mobilisant diverses approches de prédiction.*

*Mots clés : Plan d'affaires, capital-risque, modèles de catégorisation.*

### 1 INTRODUCTION

Lorsqu'une idée novatrice émerge, une des manières de la faire fructifier est de créer une entreprise, qui va exploiter commercialement cette idée. Cette création demandera en général un investissement initial, sous forme de frais d'installation, d'équipement, de promotion ou de mise au point, etc (Carrier 2000).

Si le ou les entrepreneurs ne disposent pas de fonds suffisants (et ne peuvent les emprunter), les fonds nécessaires peuvent dans certains cas être apportés par des investisseurs extérieurs, dits « à risque », pour peu qu'ils soient convaincus de la future réussite de l'entreprise. Pour ce faire, un plan d'affaires décrivant l'opportunité identifiée et les moyens à mettre en œuvre pour la saisir est rédigé et soumis à la consultation des investisseurs. On peut néanmoins mettre en question la valeur réelle d'un tel document, et sa pertinence comme outil d'évaluation pour des investisseurs potentiels (Gailly 2003) .

Dans cet article, nous allons tenter de mieux comprendre le lien entre la qualité d'un plan d'affaires et la probabilité du succès futur de l'entreprise, en mobilisant et comparant différentes

méthodes de prédiction, basées sur des évaluations des plans d'affaires par des experts. Par ailleurs, nous allons tenter de déterminer si certains éléments de ce document sont plus intéressants ou plus pertinents que d'autres lorsque l'on cherche à estimer les chances de réussite d'un projet.

Enfin, nous allons construire des modèles de prédiction de la probabilité de la réussite ou de l'échec d'une entreprise sur base d'une évaluation du plan d'affaires la décrivant.

## 2 PROCÉDURE

Pour atteindre les objectifs généraux décrits dans la section précédente, nous allons construire des modèles de prédiction de la réussite ou de l'échec d'un projet en considérant la qualité du plan d'affaires le décrivant. Dans cette section, nous allons expliciter la méthode suivie et les données utilisées.

### 2.1 Les plans d'affaires

Les données ont été collectées dans le contexte d'un concours de plans d'affaires<sup>1</sup> organisé conjointement en France, en Belgique, en Allemagne et au Luxembourg, en 2001 et en 2002. Les projets proposés étaient issus de secteurs aussi divers que l'assurance, l'environnement, ou encore les télécommunications. Les descriptions de ces projets (les plans d'affaires) étaient soumis sous la forme de documents électroniques comprenant 5 à 25 pages, dans lesquels les participants devaient décrire la structure de leur entreprise, le marché visé, les concurrents potentiels, etc. Chaque plan d'affaires a été envoyé à un groupe d'experts qui l'ont évalué selon chacun des critères repris à la Table 1, en lui attribuant un score sur base d'une échelle d'évaluation prédéfinie allant de 1 à 10.

1	<b>Intérêt :</b> La proposition est-elle d'un intérêt potentiel pour l'investisseur ?
2	<b>Aspects essentiels :</b> Les aspects essentiels sont-ils traités dans le plan d'affaires ?
3	<b>Utilité pour la clientèle :</b> L'intérêt du marché visé pour la proposition est-il démontré ?
4	<b>Différentiation:</b> La proposition se différencie-t-elle clairement de la concurrence ?
5	<b>Marché :</b> Le marché visé est-il attrayant en termes de taille ou de croissance potentielle ?
6	<b>Concurrence :</b> Quelle est l'intensité actuelle et attendue de la concurrence sur le marché visé ?
7	<b>Evaluation globale</b>

**Table 1 :** Critères d'évaluation des plans d'affaires

Chaque entreprise (plan d'affaires) était considérée comme un « succès » si d'une part elle menait à la création d'une véritable activité commerciale, et si d'autre part cette activité était toujours en cours 24 mois après la soumission du plan d'affaires ; elle était un « échec » dans le cas contraire.

<sup>1</sup> Pour plus de renseignements, voir : <http://www.123go-networking.org>

L'échantillon issu de l'édition 2001 du concours de plans d'affaires regroupait 119 projets dont 20 furent considérés comme « succès », celui de 2002 pour sa part en comptait 42 parmi lesquels l'on dénombrait 15 « succès ». A titre d'illustration, la répartition par secteur des projets soumis en 2001 est donnée dans la Table 2. A partir des résultats des évaluations pour les 7 critères (variables explicatives ou entrées), nous allons déterminer des modèles de prédiction du « succès » (variable dépendante ou de sortie).

Secteur	Belgique	France	Allemagne	Luxembourg	Total
Biotechnologies	1	1			2
Construction	1		2	1	4
Environnement	6	3	2	1	12
Finance		1	1	2	4
Alimentaire	2			1	3
Soins de santé	3	1	1	1	6
Information techn.	6	3	4	5	18
Confection	1	6	3	2	12
Sciences des matériaux	1	1			2
Media	1	3	1	1	6
Services	12	7	5	11	35
Télécommunication	1		1		2
Autres	6	5	1	1	13
<b>Total</b>	<b>41</b>	<b>31</b>	<b>21</b>	<b>26</b>	<b>119</b>

**Table 2** : Répartition des plans d'affaire soumis.

## 2.2 La construction des modèles

La construction des modèles de prédiction va demander l'accomplissement de plusieurs tâches. La première va être de sélectionner les variables d'entrées pertinentes pour notre problème. Rien ne permet en effet à priori d'affirmer que tous les critères sont d'importance égale dans le cas qui nous occupe. La sélection des entrées pertinentes aura un double but : premièrement répondre au moins partiellement à la question de savoir quels sont les éléments principaux qui influencent la réussite d'une entreprise parmi les critères repris à la Table 1 ; deuxièmement diminuer le nombre de variables d'entrée de manière à faciliter la construction des modèles.

La seconde étape va être de choisir la méthode de calcul de la probabilité de succès d'un projet en fonction des évaluations du plan d'affaires le décrivant :

$$P[\text{succès}] = f_k(x, \theta) \quad (1)$$

où  $f$  représente l'estimateur,  $k$  ses paramètres de structure,  $x$  le vecteur des variables explicatives utilisées et  $\theta$  ses paramètres. Pour fixer les idées concernant ces notations, nous allons les illustrer sur un exemple. Imaginons que l'estimation se fasse par le calcul d'un polynôme

$$P[\text{succès}] = \sum_{u=0}^k a_k x^k ; x = [x_1 \dots x_n] \quad (2)$$

et que les précautions soient prises pour que le résultat soit compris entre 0 et 1. Les  $a_k$  sont les paramètres du modèle, et donc dans ce cas,

$$\theta = [a_{1,1}, \dots, a_{1,n}, \dots, a_{k,1}, \dots, a_{k,n}] \quad (3)$$

Le paramètre de structure  $k$  représente ici l'ordre du polynôme ; il peut donc prendre des valeurs entières entre 0 et l'infini. Plus il est élevé, plus l'estimateur est général, mais le nombre de paramètres à estimer augmente proportionnellement. Le paramètre de structure doit être choisi comme un compromis entre généralité et complexité, en fonction des données à traiter.

Par la suite, lorsqu'une estimée de la probabilité de succès est calculée, il est nécessaire de fixer un seuil au delà duquel l'on dira que l'entreprise est un « succès prédit ». Il peut être plus intéressant de choisir un seuil autre que la probabilité de succès a priori, qui correspond à la proportion de « succès » dans la base de données.

Lorsque l'on veut construire des modèles qui soient suffisamment généraux que pour pouvoir être utilisés sur de nouvelles données sans devoir en modifier les paramètres, l'on suit habituellement une procédure de validation. Cette dernière consiste à évaluer les performances d'un modèle sur des données qui n'ont pas servi à l'estimation des paramètres, l'on parle alors d'ensembles d'apprentissage (pour estimer les paramètres) et de validation (pour évaluer les performances). Plus complexe, la cross-validation consiste à échanger successivement le rôle des deux ensembles et mène au choix des paramètres de structure qui maximisent la moyenne des performances. C'est là un cas particulier de la  $K$ -fold validation (Ljung 1999) qui consiste en le découpage de l'ensemble des données en  $K$  sous-ensemble. Les paramètres sont estimés sur l'union de  $K-1$  sous-ensembles et les performances estimées sur le dernier sous-ensemble. L'on choisit le modèle qui donne en moyenne les meilleures performances sur tous les sous-ensembles. Lorsque  $K=2$ , l'on retrouve la définition de la cross validation. Lorsque  $K$  vaut le nombre total d'échantillons, la technique est appelée 'leave-one-out' et est surtout utilisée lorsque l'ensemble de données est petit ; c'est la technique que nous allons employer ici.

Par ailleurs, lorsque les modèles optimaux ont été fixés pour les données de 2001, l'on peut tester les résultats de la prédiction sur les données de 2002 qui forment alors un ensemble de test complètement indépendant.

### 3 SÉLECTION DES VARIABLES

Dans la section 2, nous avons expliqué le double rôle de l'étape de sélection des entrées. Pour déterminer qu'une variable explicative est plus importante qu'une autre, nous avons attribué à chacune trois scores de pertinence. Le premier est l'estimation de la corrélation (Edwards 1976) entre la variable et la sortie, le second est un test de signifiante de la différence des moyennes de la variable (Student 1908) entre les succès et les réussites, et le troisième est une mesure d'information mutuelle (Battiti 1994) entre l'entrée et la sortie. La frontière entre les scores considérés comme pertinents et les autres a été choisie au maximum de différence entre deux scores consécutifs lorsque ceux-ci sont ordonnées. Les résultats sont résumés dans la Table 3.

<b>Pertinence</b>	<b>Forte</b>	<b>Faible</b>
Mesure de corrélation	3,4	7,1,2,5,6,7
Différences des moyennes	3,4,7	1,2,5,6
Mesure d'information mutuelle	3,4,5	7,1,2,6,7

**Table 3** : Classification des 7 critères selon leur score de pertinence

Il est surprenant de constater que l'information mutuelle entre la variable explicative 5 et la sortie est élevée alors que ses deux autres scores de pertinence sont faibles. Les méthodes se basent pourtant sur des critères objectifs. Cela peut s'expliquer par le fait que les deux premiers critères de pertinence font l'hypothèse d'une relation linéaire entre la variable et la sortie, ce que ne fait pas la mesure d'information mutuelle. Il est donc fort possible que la relation entre la variable 5 et la variable à prédire existe mais qu'elle soit fortement non linéaire. Ceci montre l'intérêt qu'il y a à utiliser plusieurs outils et à en comparer les résultats. Nous avons par ailleurs pu constater que la variable 7 était fortement corrélée en moyenne avec les autres variables explicatives. Ceci est réconfortant compte tenu du fait qu'elle représente l'appréciation globale du projet. Les variables 3 et 4 sont reprises par chacune des méthodes utilisées ; elle sont donc certainement d'importance capitale. Elles représentent en fait le positionnement du produit proposé par rapport au marché visé (Muzyka *et al.* 1996).

#### 4 CALCUL DE LA PROBABILITÉ DE SUCCÈS

Nous avons utilisé et testé trois estimateurs de la probabilité de succès ; l'un d'entre eux est une forme linéaire généralisée, les autres sont non linéaires ; ils sont expliqués ci-dessous.

##### 4.1 La régression logistique

Le premier modèle utilisé est une régression logistique multivariée (logit), définie par :

$$P[\text{succès}] = \frac{1}{1 + e^{-(a \cdot x + b)}} \quad (4)$$

$a$  et  $b$  étant ses paramètres. Il s'agit d'un estimateur linéaire généralisé. Au vu des considérations de la section précédente, nous avons choisi d'utiliser comme variables d'entrée  $x = [x_3, x_4]$ .

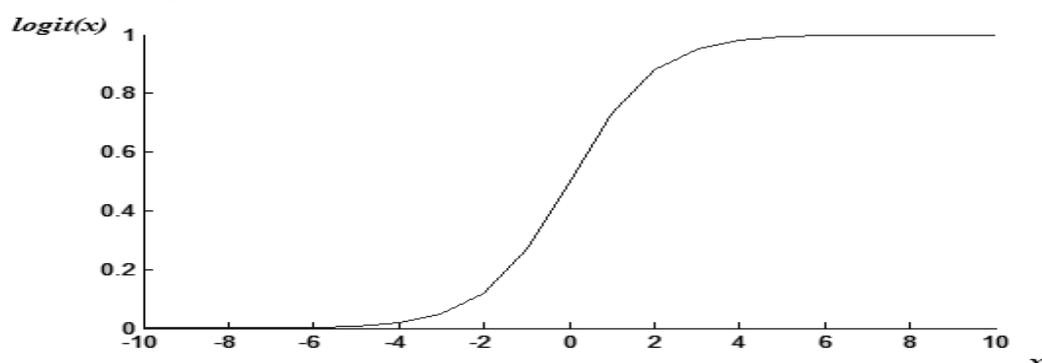
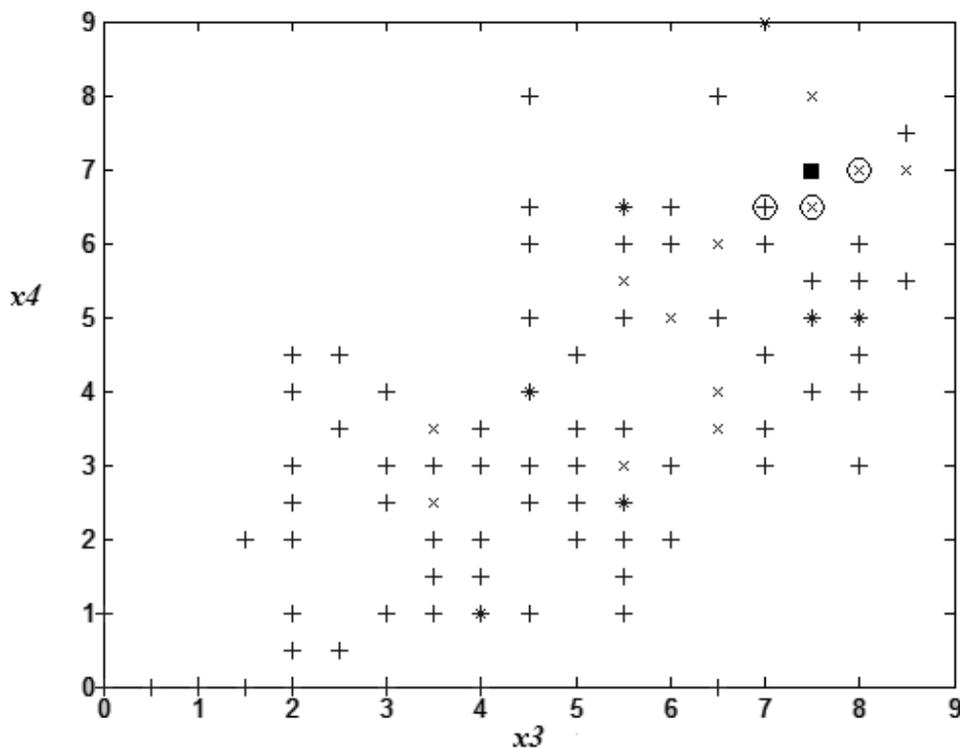


Figure 1 : Régression logistique

##### 4.2 La méthode des $k$ -plus proches voisins

Le second outil utilisé est la méthode des  $k$ -plus proches voisins (Fukunaga 1990), le  $k$  étant un paramètre de structure optimisé par 'leave-one-out'. Il consiste à estimer la probabilité de succès par la proportion de succès dans l'ensemble des  $k$  plus proches voisins, dans l'espace euclidien, de  $x$ , le vecteur des variables explicatives. Le principe en est expliqué à la Figure 2, qui représente un 'scatter plot' des variables 3 et 4. Les '+' et les 'x' identifient respectivement les succès et les échecs.

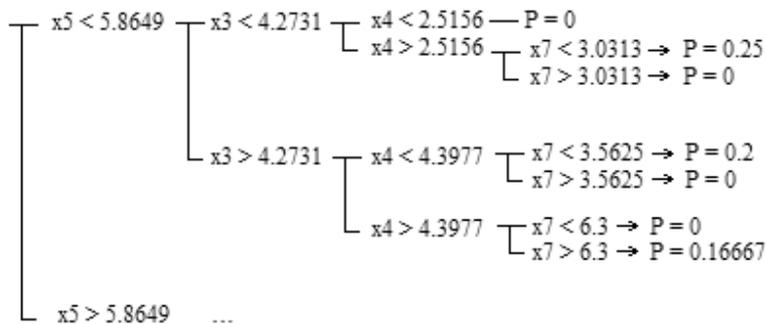


**Figure 2 :**  $k$ -plus proches voisins, avec  $k=3$ . Le nouvel élément (le carré) va être prédit 'succès' parce que ses trois plus proches voisins (entourés) sont majoritairement des succès

La Figure 2 permet de se rendre compte de certaines contradictions ; les astérisques que l'on observe, par exemple en  $[x_3 = 4.5, x_4 = 4]$ , représentent des données ayant ces mêmes valeurs pour  $x_3$  et  $x_4$ , tout en étant associées à des variables de sortie différentes (échec vs succès). Pour lever ces contradictions, nous avons utilisé, avec le  $k$ -NN un vecteur de variables explicatives plus grand :  $x = [x_3, x_4, x_5]$ . Le  $k$  optimum vaut alors 5.

### 4.3 L'arbre de décision

La troisième méthode est un arbre de décision binaire (Ross Quinlan 1993). Le principe est de considérer une à une les variables explicatives, dans l'ordre déterminé par l'arbre, et de 'suivre' une branche ou l'autre en fonction de la valeur de la variable. L'on arrive ainsi à une feuille de l'arbre à laquelle est associée la proportion de succès parmi les éléments de la base de données qui suivent le même chemin.



**Figure 3 :** Arbre de décision binaire. Le principe est de descendre l'arbre (vers la droite) choisissant la branche pour laquelle la condition sur la variable indiquée est vérifiée. L'on arrive alors à une feuille qui contient l'estimation de la probabilité de succès.

La Figure 3 illustre le principe de l'arbre de décision binaire. Le choix de l'ordre des variables a été déterminé par leur information mutuelle avec la sortie et les seuils pour chaque variable sont fixés par des estimateurs linéaires basés sur la variable en question prise seule.

Chacun des estimateurs décrits donne donc une estimation de la probabilité de succès du projet sur base des évaluations de celui-ci selon les critères identifiés comme pertinents par les méthodes décrites dans la section précédente.

## 5 MÉTHODE DE SEUILLAGE

Lorsqu'une estimation de la probabilité de succès a été trouvée, il est nécessaire de fixer un seuil qui marquera la frontière entre les succès prédits et les échecs prédits. Une manière évidente de faire est de fixer ce seuil à 0.5. Cela est intéressant si l'espérance est effectivement 0.5. Dans notre cas, notre ensemble étant biaisé (nous avons 17% seulement d'exemples positifs dans l'échantillon de 2001) il est préférable de choisir un seuil plus petit, par exemple 0.17. Mais nous pouvons également choisir un seuil qui optimise l'erreur de catégorisation.

Les modèles que nous utilisons sont susceptibles de faire deux types d'erreur : d'une part classer comme succès prédit des échecs observés (Faux succès), et d'autre part identifier comme échecs prédits des succès observés (Faux échec), comme résumé dans la matrice de confusion (Bishop 1995) à la Table 4.

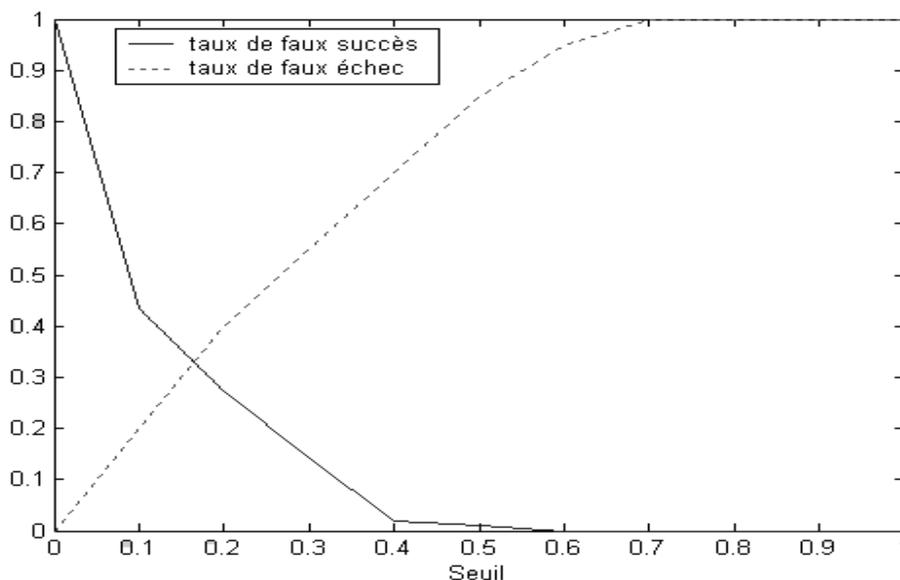
	<b>Echec prédit</b>	<b>Succès prédit</b>
<b>Echec observé</b>	Vrai échec	Faux succès
<b>Succès observé</b>	Faux échec	Vrai succès

**Table 4** : Matrice de confusion.

Ces valeurs sont liées entre elles par l'intermédiaire du seuil. Un seuil élevé conduira à un grand nombre de faux échecs, et un petit nombre de faux succès, par contre un seuil plus bas mènera à un plus grand nombre de faux succès, et une plus faible proportion de faux échecs. Le taux de faux succès (resp. faux échec) est le nombre de faux succès (resp faux échecs) divisé par nombre total d'échecs (resp. succès) observés ; la formule est donnée à l'Equation 5.a (resp 5.b).

$$\begin{array}{ll}
 \text{a. } \frac{\text{Faux échecs}}{\text{Vrai succès} + \text{Faux échecs}} & \text{b. } \frac{\text{Faux succès}}{\text{Vrai échecs} + \text{Faux succès}}
 \end{array} \quad (5)$$

L'impact du seuil sur ces deux grandeurs est illustré à la figure 4.



**Figure 4** : Variation des taux de faux échecs et de faux succès en fonction du seuil.

Lorsqu'une catégorie (succès ou échecs) est plus représentée que l'autre – et c'est le cas ici – il est plus intéressant de choisir un seuil qui minimise la somme des taux d'erreurs plutôt que le nombre total d'erreurs. Mais il existe également d'autres critères qui peuvent être exprimés comme une relation faisant intervenir les éléments de la matrice de confusion.

Du point de vue des investisseurs, les faux échecs sont nettement moins coûteux que les faux succès. En effet, un faux échec représente une entreprise fructueuse dans laquelle l'on ne s'est pas investi (une occasion manquée), alors qu'un faux succès est un projet que l'on a financé mais qui s'est révélé être un échec ; entraînant une perte effective des fonds engagés. Nous allons donc dans notre application choisir un seuil qui maximise le rapport

$$\text{précision} = \frac{\text{Vrais succès}}{\text{Vrai succès} + \text{Faux succès}} \quad (6)$$

qui représente la proportion d'entreprises effectivement fructueuses parmi celles que l'on a financées (succès prédits). Mais nous allons pondérer ce chiffre par la proportion de succès prédits par rapport aux succès observés (ce qui s'appelle parfois le 'rappel'), de manière à pénaliser des seuils trop élevés qui mènerait à identifier un seul projet comme 'succès', ce qui n'est pas satisfaisant dans notre cas. En effet, si la précision est maximale – le seul succès prédit sera un succès observé – le nombre de succès prédits est trop faible que pour être intéressant. L'évolution de la précision et du rappel en fonction du seuil est illustrée dans la figure 5.

Le seuil peut être considéré comme un paramètre de structure, il sera donc choisi de manière à optimiser la précision dans l'ensemble de validation. On évite ainsi de choisir un seuil trop spécifique aux données utilisées.

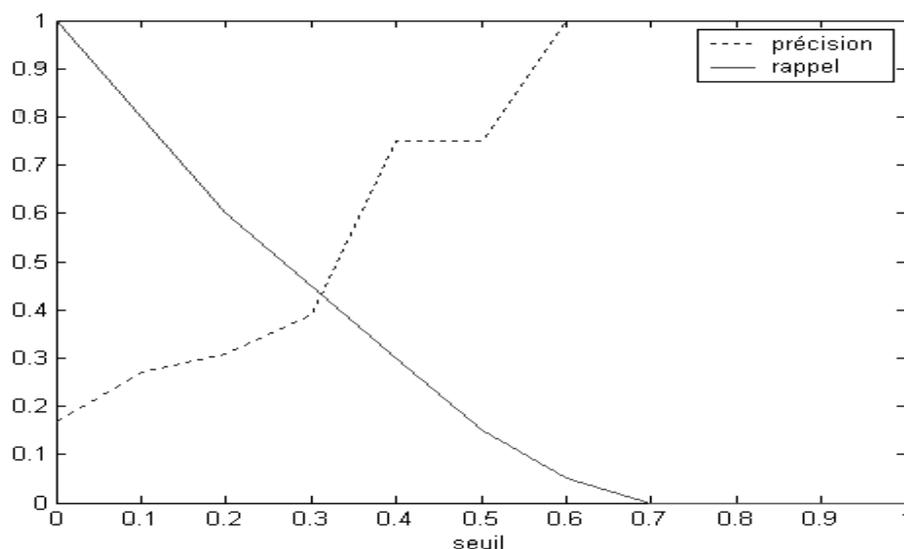


Figure 5 : Variation de la précision et du rappel en fonction du seuil.

## 6 RÉSULTATS

Les résultats des 3 modèles sont repris dans la Table 5. La ligne 'Apprentissage' correspond aux performances des modèles sur les données de 2001, les paramètres étant estimés sur ces mêmes données. La ligne 'Validation' présente le résultat de la procédure de 'leave-one-out' également sur ces données. La dernière ligne regroupe les précisions observées sur les données de 2002 pour chacun des modèles construits sur les données de 2001.

<b>Précision</b>	<b>Logit (0.39)</b>	<b>k-NN (0.40)</b>	<b>BDT (0.33)</b>
Apprentissage	75%	82%	71%
Validation	45%	44%	62%
Test	44%	50%	57%

**Table 5** : Résultats des trois modèles sur les ensembles.

Les valeurs de seuil optimales trouvées pour chaque modèle sont données entre parenthèses

Les trois modèles donnent de bon résultats durant la phase d'estimation (apprentissage), mais leurs performances se dégradent lorsqu'ils sont utilisés sur des données qui n'ont pas été prises en compte lors de l'estimation des paramètres (validation). La cause en est sans doute la petite taille de notre échantillon. Les seuils choisis optimise la précision de chaque modèle. On peut voir qu'ils sont assez similaires pour chaque méthode, ce qui est rassurant quand à l'interprétation qu'on peut en tirer. Pour comparaison, la précision en apprentissage en utilisant un seuil a priori de 0.17 est de 30% pour la logit, 33% pour le  $k$ -NN et 31% pour l'arbre de décision. Il n'est donc pas superflu de choisir un seuil de manière judicieuse lorsque la précision doit être maximisée. !

Les chiffres peuvent laisser penser à des performances médiocres des modèles. Mais il convient de garder à l'esprit le contexte dans lequel ils sont utilisés. Si l'on se place du point de vue de l'investisseur, la probabilité de choisir dans l'échantillon de 2001 un projet 'gagnant' au hasard sans information a priori était de 0.17. Si maintenant le choix se restreint aux projets identifiés comme 'succès' par le modèle, la probabilité de choisir un succès réel est de 62 %, soit plus de 3 fois plus.

Il est intéressant de constater que les performances en validation (données de 2001) et en test (données de 2002) sont relativement proches, ce qui signifie que les modèles sont cohérents et que la 'connaissance' engrangée une année peut être mise à profit l'année suivante. Suivant le raisonnement précédent, puisqu'il y avait au départ 37% de succès dans l'échantillon de 2002, les probabilités de tirer au hasard un projet couronné de succès sont passées de 37% à 57% avec l'arbre de décision ; elles ont augmenté de 55%.

## 7 CONCLUSIONS

Nous avons montré qu'il était possible de tirer une information des évaluations des plans d'affaires pour tenter de prédire la probabilité de réussite ou d'échec d'une entreprise. Nous avons ainsi validé les évaluations des plans d'affaires par les experts en montrant qu'il y avait une relation identifiable entre les évaluations et le succès des entreprises.

Nous avons identifier parmi les critères d'évaluation des plans d'affaires ceux qui étaient les plus pertinents pour prédire la réussite ou l'échec du projet décrit.

Nous avons enfin montré qu'il était possible de créer des modèles de prédiction qui permettaient d'augmenter les chances de choisir un projet 'gagnant' en prenant en compte le résultat du modèle.

De plus, la structure des modèles que nous avons utilisés fait qu'ils sont facilement interprétables et ne demandent pas l'intervention d'experts. Par ailleurs, il est possible de tirer des modèles construits une information supplémentaire en examinant les paramètres optimaux, comme par exemple le  $k$  optimal du  $k$ -NN, ou la structure de l'arbre de décision binaire, duquel des 'règles' peuvent être extraites, ou encore la valeur du seuil optimal au sens de la précision qui permet d'illustrer quelle type de politique (conservatrice – seuil élevé ou aventureuse – seuil faible) donne des résultats intéressants.

## 8 REMERCIEMENTS

Michel Verleysen est Maître de Recherches du Fonds National de la Recherche Scientifique belge. Le travail de D Francois, A. Lendasse et V. Wertz est financé par le programme belge des Pôles d'Attraction Interuniversitaires, mis en place par les Services fédéraux des affaires Scientifiques, Techniques et Culturelles de l'Etat belge. La responsabilité scientifique appartient à son ou ses auteur(s).

## 9 RÉFÉRENCES

- Battiti R. (1994) Using mutual information for selecting features in supervised neural net learning, *Neural Networks*, 5(4):537--550.
- Bishop C. M. (1995) *Neural Networks for Pattern Recognition*. New York: Oxford
- Carrier, C. (2000). *L'exploration d'une idée d'affaires: première stratégie à maîtriser par le futur entrepreneur*. IX Conférence Internationale de Management Stratégique, Montpellier.
- Edwards A. L. (1976) The Correlation Coefficient. in *An Introduction to Linear Regression and Correlation*. San Francisco CA: W. H. Freeman, pp. 33-46
- Fukunaga K. (1990). *Introduction to Statistical Pattern Recognition*. Academic Press, Boston, seconde édition.
- Gailly B. (2003) Teaching entrepreneurs how to write their business plan: case study and empirical results, IntEnt Conference, September 8-10, 2003, Grenoble
- Ljung, L (1999) *System Identification - Theory for the user*, 2nd ed, Prentice Hall.
- Muzyka D., Birley S., et al. (1996) Trade-offs in the investment decisions of European venture capitalists. *Journal of Business Venturing* 11(4): 273-287.
- Ross Quinlan J.(1993) *C4.5: Programs for Machine Learning*. Morgan Kaufmann, San Mateo, CA.
- Student. (1908) The Probable Error of a Mean. *Biometrika* 6, 1-25.